

## Sisällys

Kenelle, milloin?.....	4	Mittaaminen vertailemalla Lukumäärien vertailu pareiksi yhdistämällä Yhtä paljon, yhtäsuuri.....	50
Menetelmän ja oppimateriaalien suomalaistaminen.....	5	Tutustuminen lukuihin ja numeroihin: lukumäärä, mittaluku.....	62
Tarvittavat materiaalit.....	4	Lukujen eri ilmenemismuodot.....	68
Viikkosuunnitelmaehdotus.....	6	Luvut 0, 1, 2, 3, 4.....	79
Menetelmäopillisia ajatuksia.....	7	Lisää lukujen ominaisuuksia.....	87
Abstraktion tie.....	9	Lisää lukujen ominaisuuksia ja sanallisten tehtävien pohjustaminen....	92
Erilaisia oppitunteja.....	11	Luku 5.....	97
Matematiikan oppimisvaikeudet.....	14	Luku 6.....	108
Arviointi.....	15	Kuinka monta on yhteensä? Kuinka monta on osa joukosta?.....	125
Oppimisen kognitiivisia tavoitteita.....	17	Luku 7.....	132
Ensimmäisen luokan keskeiset matematiikan sisällöt ja hyvän osaamisen kuvaus.....	19	Luku 8.....	138
Ajan opettaminen.....	23	Monenlaisessa järjestyksessä Kombinatoriikan pohjustaminen.....	143
Käytännön ohjeita arjen sujumiseksi.....	26	Matematiikkaa 1 a oppilaan kirjan sivut 116–144.....	146
Siirtymä- ja odottelutilanteet – matematiikkaa kaikkiin käännteisiin.....	24	Viikkosuunnitelmaehdotus.....	159
Tutustuminen Esineiden ja asioiden ominaisuuksien havainnointia ja vertailua: luokittelua ja jonoja.....	30	Toimintamateriaaliluettelo.....	163
Vertailut: eroavuudet ja samankaltaisuudet Vertailukäsitteitä ja merkintätapoja Väitteiden muodostaminen.....	40	Liitteet: Monistettavat pohjat Vertailumerkki- ja numeroharjoitukset Opetuskalvopohjat 1–6 Monistepohjat 1–22	

## Kenelle, milloin?

	Esiopetus tai "startti"	1. luokka
	syksy kevät	syksy kevät
1.	Muu oppimateriaali	Matematiikkaa 1 a ja 1 b
2.	Matematiikkaa 1 a + geometria 1 b:stä	Muu oppimateriaali
3.	Matematiikkaa 1 a ja 1 b	

Taulukko 1. Matematiikkaa 1 a:n ja b:n aikatauluvaihtoehtoja

- Opettajan tienviitta 1 a** on matematiikan unkarilaisen Varga–Neményi -opetusmenetelmän **ensimmäisen luokan syksyn opettajan opas**. Vastava oppilaan kirja on Matematiikkaa 1 a.
- Materiaali **soveltuu** myös **esi- ja starttiopetukseen**. Viikkosuunnitelmaehdotukset on kuitenkin laadittu ensimmäistä luokkaa varten. Esi- ja starttiopetuksessa etenemisen tahti on hitaampaa. Jos opetusmateriaalia käytetään jo ennen ensimmäistä luokkaa, riittää Matematiikkaa 1 a

lisättyä geometrian tehtävillä, joita on Matematiikkaa 1 b:ssä.

- Ihanteellisessa tapauksessa Matematiikkaa 1 a ja 1 b -materiaaleja käytetään kahden vuoden ajan:** ensin esiopetuksessa niin pitkälle kuin se on järkevää ja mahdollista, minkä jälkeen ensimmäisellä luokalla jatketaan tästä. Tämä edellyttää kuitenkin samana pysyvää opetusryhmää ja opettajien välistä yhteistyötä sekä yhteistä näkemystä.

Menetelmän peruseriaatteiden tunteminen ja materiaalien käyttäminen edellyttävät opettajalta asiaan perehtymistä ja kouluttautumista. Varga–Neményi -yhdistys ry vastaa Suomessa menetelmään perehdyttävien koulutusten sisällöstä ja laadusta.

Lisätietoja koulutuksista, menetelmän teoriataustasta, kirjallisuudesta, tutkimuksesta ja menetelmän mukaisista materiaaleista on osoitteessa:

[www.varganemenyi.fi](http://www.varganemenyi.fi).

## Menetelmän ja oppimateriaalien suomalaistaminen

Opettajan tienviitta 1a on laajennettu ja muokattu alkuperäisestä unkarilaisesta **Útjelző az 1. osztályos matematika tanításához** -opettajan oppaasta. Suomalaiseen versioon on lisätty tietoa menetelmäopillisista peruseriaateista, arviointiohjeita, tavoitekuvauksia, käytännön ohjeita opetuksen suunnitteluun ja toteutukseen. Lisäykset ovat osoittaneet tarpeellisuutensa suomalaisessa kokeiluvaiheessa ja niiden tarkoitus on tukea opettajaa arjen työssä.

Alkuperäisessä unkarilaisessa oppilaiden materiaalissa on erikseen sekä oppi- että harjoituskirja. Suomalaistetussa versiossa oppilailla on vain yksi kirja. Alkuperäinen oppilaiden materiaali on sijoitettu suomalaistetussa versiossa osittain opettajan oppaaseen, sen monisteisiin ja opetuskalvopohjiin sekä Matematiikkaa 1 a ja 1 b oppilaan kirjoihin. Alkuperäisiä tehtäviä ja niiden järjestystä on jonkin verran muokattu ja muutettu. Mukaan on lisätty joitakin uusia tehtäviä, jotta materiaali palvelisi paremmin

suomalaisessa koulussa suomalaista oppilasta ja opettajaa.

Matematiikan sisällöt ja opetuksen perusrakenne on suomalaistetussa oppimateriaalin säilytetty muuttamattomana. Menetelmä noudattaa myös Opetushallituksen opetussuunnitelman perusteita (2004).

Varga–Neményi -opetusmenetelmän mukaisten materiaalien kääntäminen alkoi vuonna 2000 dosentti Marjatta Näätäsen aloitteesta. Materiaaleja kokeiltiin alkuvaiheessa Jyväskylässä ja Polvijärvellä sekä pian myös pääkaupunkiseudulla. Ensimmäisten kokeilukokemusten pohjalta menetelmän suomalaistamista päätettiin jatkaa. Ensimmäisen luokan suomalaistettuja oppimateriaaleja on kokeiltu lukuvuonna 2007–2008. Oppimateriaalin suomalaistamistyöstä on vastannut Anni Lampinen yhteistyössä unkarilaisten oppimateriaalin tekijöiden Eszter C. Neményin ja Márta Sz. Oraveczin kanssa.

Muokkaamisvaiheessa on ollut lisäksi työryhmä, jonka jäseniä ovat Heli Hakulinen, Anne Koskeno, Leila Paasjoki ja Kirsi Partanen. Pirjo Tikkanen on tarkistanut materiaalien yhteensopivuuden Opetushallituksen opetussuunnitelmien

perusteiden (2004) kanssa. Huomioon on otettu myös materiaaleja kokeilleiden opettajien kokemuksia ja näkemyksiä.

Haastavinta suomalaistamistyössä on ollut materiaalin työstäminen siten, että se soveltuu 3–4 vuosiviikkotunnin puitteisiin. Alkuperäinen unkarilainen materiaali on laadittu viiden vuosiviikkotunnin mukaan. Jotta opiskelussa vältytään turhalta kiireen tunnulta, on suomalaistetussa materiaalissa korostettu oppimisen keskeisiä tavoitteita ja selkiytetty abstraktion tien eri vaiheita sekä annettu joitakin ideoita siitä, miten matematiikkaa voidaan lisätä kouluarjen kaikkiin kään-teisiin. Ajatukset materiaalin kaventamisesta ovat syntyneet Eszter C. Neményin ja Anni Lampisen yhteistyönä. Selkiytämällä helpotetaan opettajan oman matematiikan opetuksen näkemyksen kehittymistä.

Oppilaan tuntemus on opetuksen lähtökohta. Oppaassa annetaan myös välineitä ja näkökulmia tämän tueksi. Opettajan on joka tapauksessa tehtävä valikointia. Kaikkea oppimateriaaleissa olevaa ei ehditä opettaa lukuvuoden aikana. Valikointia helpottamaan on viikko-suunnitelmien alussa keskeisten sisältöjen kuvaus.

---

## Tarvittavat materiaalit

Suomalaistettuun Matematiikkaa 1 -oppimateriaaliperheeseen kuuluvat:

- Matematiikkaa 1 a ja 1 b oppilaan kirjat liitteineen
- Lukutaulut 1–10
- Matematiikkaa 1 isot kuva-arkit
- Matematiikkaa 1 a ja 1 b -piirtoheitinkalvosarjat
- Matematiikkaa 1 a ja 1 b isot täpläkortit
- Matematiikkaa 1 a ja 1 b oppilaan täpläkortit
- Pelejä ja leikkejä 1
- Isot auto- ja lapsikortit
- Pienet auto- ja symbolikortit
- Pienet lapsikortit
- Isot domino-kortit
- Pienet domino-kortit

Lisämateriaalien ideoinnista ja toteutuksesta vastaa Anni Lampinen. Materiaaleja voi tilata osoitteesta:  
[www.varganemenyi.fi](http://www.varganemenyi.fi).

Matematiikan tunneilla tarvitaan lisäksi ostettavia matematiikan toimintamateriaaleja:

- loogiset palat
- värisauvat
- geolaudat
- mahdollisesti myös mosaiikkipalat.

Opetuksen ja oppimisen tueksi tarvitaan lisäksi:

- monia lapsen arjen esineitä, leluja
- itse valmistettavia matematiikan toimintamateriaaleja.

Tarvittavat materiaalit on mainittu Opettajan tienviitta 1 a:ssa aina siihen kuuluvassa asiayhteydessään sekä koottuna sivulla 163.

Opettajan tienviitta 1 a sisältää kokonaisuudessaan oppikirjan. Opettajan tienviitassa on materiaalia opetuksen tueksi. Opettajan tienviitassa on myös vastauksia ja ohjeita tehtävien tekemiseksi. Heli Hakulinen on laatinut oppilaan kirjan vastaukset.

Menetelmää tukevia virtuaalisia AbacoMath-oppimisaihiota on Opetushallituksen julkaisemana osoitteessa:

[www.edu.fi](http://www.edu.fi), hakusana abaco.

---

## Viikkosuunnitelmaehdotus

Opettajan tienviitta 1 a:ssa ja 1 b:ssä on viikkosuunnitelmaehdotus, joka on sekä jokaisen viikkosuunnitelmajakson alussa että kokonaisuudessaan sivulla 159. **Ehdotus on avuksi, kun suunnitellaan oppimateriaalin käyttöä, mutta siitä poikkeaminen – lasten vaatimukset ja tarpeet huomioon ottaen – on opettajan oikeus ja velvollisuus.** Ensimmäisellä luokalla tämän oppimateriaalin alkuosan tehtävät ovat oppilaiden lähtötason ja taitojen kartoittamista varten, jolloin tehtäviä kannattaa tehdä valikoiden. Mikäli opetusryhmässä on oppilaita, joiden valmiuksissa ja taitotasossa ilmenee puutteita, ohjataan heitä lisätuen piiriin, kun opetus luokassa muuten etenee jo uusiin sisältöihin.

**Esi- ja startti-opetuksessa** keskitytään oppilaiden taitojen ja valmiuksien kehittämiseen ja aikaa käytetään runsaasti oppimateriaalin alun tehtäviin. Vastaavanlaisia tehtäviä on hyvä keksiä lisää. **Edetään siis oppilaiden matemaattisten valmiuksien kehittymisen myötä. Oppimisvaikeuksien ennaltaeh-**

**käisemisessä lapsen oppimisvalmiuksien tuntemus, kiireettömyys, tehtävien monipuolisuus ja runsas toisto ovat tärkeitä ohjenuoria.**

Niiden lasten, jotka eivät itsestään ole osoittaneet vielä kiinnostusta matematiikkaan tai matemaattiseen maailman tarkastelutapaan, kiinnostuksen herättäminen on ensiarvoisen tärkeää. Itsestään matematiikasta kiinnostuneet lapset ovat ehtineet hankkia paljon kokemusta ja harjaannusta matematiikasta. Sitä kautta heidän taitonsa ovat alkaneet kehittyä. **Mikäli jäädään odottamaan, että lapsi luontaisesti osoittaa kiinnostusta ennen kuin hänelle tarjotaan matemaattista tarkastelutapaa, on taitoerojen kasvaminen päässyt hyvään vauhtiin.** Kun kouluopetus alkaa, on vaarana, että osalle oppilaista opetus on jo liian vauhdikasta ja opetuksen lähtöoletukset ovat liian suuret. **Matematiikkaa 1 a materiaali alkaa oppilaisiin ja heidän esimatemaattisiin taitoihin tutustumisella.**

Usein luokassa on valmiuksiltaan ja taidoiltaan hyvin eritasoisia oppilaita. Yhteistyö luokanopettajan, matematiikan erityisopettajan, koulunkäyntiavustajan ja iltapäiväkerhon ohjaajien kanssa on tällöin välttämätöntä, jotta lisätukea tarvitsevat lapset saisivat juuri sellaisia harjo-

ituksia tehtäväkseen, pelejä pelattavakseen, leikkejä leikittäväkseen, joista heille juuri sillä hetkellä on todennäköisesti eniten hyötyä. Myös vanhempien antama tuki on tärkeää. Yhteistyö on hyvä aloittaa jo syksyn alussa.

---

## Menetelmäopillisia ajatuksia

### Induktiivinen tiedonhankinta omasta elämänpiiristä

Pientä lasta ei kiinnosta puhdas matematiikka abstraktina tieteenä, kielenä ja käsitejärjestelmänä, vaikka hän kertoisi-kin pitävänsä matematiikasta. Häntä kiinnostavat maailma, oma elinympäristö, oma kasvu ja taitojen lisääntyminen. Matemaattisen näkökulman lisääminen tähän saattaa lapsesta tuntua kiehtovalta. Opiskelusta tulee mielekästä, jos lapsi sen avulla voi tutustua häntä ympäröivään maailmaan matematiikan näkökulmasta ja jos hän voi samalla iloita omien taitojensa ja kykyjensä kehittymisestä.

6–10-vuotiaat lapset hankkivat tietonsa konkreetista maailmasta. Heille tiedonhankinnan ainoa mahdollinen tapa on induktiivinen: tiedot perustuvat esineellisestä maailmasta tehtyihin havaintoihin. Heidän ajattelunsaakin on konkreettia. Esineellisessä todellisuudessa havaitsemat konkreetit yhteydet, toiminnat ja tapahtumat muuttuvat myöhemmin sisäiseksi käsitteelliseksi yhteyksiksi ja ajattelu-toiminnoiksi. Kokemukseen pohjaava matematiikan opetus tarjoaa lapsille mahdollisuuden loogis-matemaattisiin kokemuksiin, joiden avulla lapsen matemaattinen ajattelu kehittyy.

### Toimintavälineet, ongelmat ja päämäärien ennakointi

**Kokemusten hankintaan tarvitaan vuorovaikutusta toisten oppijoiden ja oppimisen ohjaajan kanssa sekä toimintavälineitä.** Mikään hyvä toimintamateriaali tai väline ei yksin riitä tiedonhankintaan ja ajattelun kehittämiseen: ilman hyvien ongelmien esittämistä ja ilman päämäärän ennakointia ei ole olemassa todellista opiskelua.

### Myönteisen opiskeluilmapiirin edellytyksiä: lupa erehtyä ja väitellä

Opiskelun ja oppimisen edellytysten luominen on opettajan tehtävä. Opiskelun alkuvaiheessa opettaja saa odottaa ja edellyttää tietoisuutta vain itseltään. Oppilailta hän voi edellyttää osallistumista ja halua toimia. Siksi on tärkeää, että opettaja asettaa oppimisen tavoitteet itselleen ja selvittää, mihin hän opetuksessaan pyrkii ja mitä hän haluaa saavuttaa oppilaidensa kanssa.

Opiskeluun tarvitaan rauhallinen työskentelyilmapiiri ja halu opiskella ja oppia eli oikea motivaatio. Ilman näitä on mahdotonta tehdä minkäänlaista fyysistä tai henkistä luovaa työtä. Hyvän työskentelyilmapiirin yksi tärkeä tekijä on erehtymisen ja väittelyn vapaus. Opiskelusta

tulee miellyttävämpää, jos lapset oppivat ja luottavat siihen, että he saavat tuoda esiin myös keskeneräiset, puutteelliset tai virheelliset aavistuksensa ja ajatuksensa.

Opettajan tehtävänä on jäljittää ja yrittää ymmärtää, mikä saattaa aiheuttaa väärinymmärrystä. Opettaja voi yrittää päästä oppilaansa ajattelun kiinni esittämällä myös jonkin toisen aiheeseen liittyvän ongelman. Lasten kanssa yhdessä pohtiminen, toisten lasten argumentit, esimerkit ja eroavat ajatukset auttavat myös alkuperäisen ajatuksen esittämistä oppijaa.

Kaikkien oppilaiden myönteisen matematiikka-asenteen ja kyvykkyyden tunteen vaaliminen ovat yksi keskeisistä opettajan opetustavoitteista. Lapsen ensimmäisten kouluvuosien aikana muodostamat matematiikkaan liittyvät mieltymykset ennustavat myöhempää matematiikan taitojen kehitystä.

## Kielentäminen

Suullisen ilmaisuvalmiuden kehittymistä ei voi unohtaa myöskään matematiikan tunnilla. Paras tapa oppia suullista ilmaisu on, kun lapsi saa kertoa tietystä tilanteesta muodostuneista omista ajatuksistaan omin sanoin. Oppilaan tulee ensin saada käyttää omaa kieltään. Opettajan tulee ymmärtää nämä ilmaukset, vaikka hän itse käyttää matemaattisesti täsmällisempää kieltä.

Oppilaan kieltä ei kannata korjata suoraan, koska tällöin on vaarana, etteivät oppilaat pian haluakaan keskustella oppitunneilla virheiden pelossa. Menetelmälle on tyypillistä viivästetty kielellistäminen. Oppilas oppii täsmällisen matematiikan kielen vähitellen. Tämä tarkoittaa, että opettaja uutta asiaa opettaessaan tietoisesti viivyyttää käsitteiden täsmällistä ja matemaattista nimitysten antamista.

Tavoitteena on, että oppilaat saavat ensin runsaasti ja erilaisia loogis-matemaattisia kokemuksia sekä aikaa koetun työstämiseen ja kielentämiseen ensin lapsen käyttämällä kielellä. Kun matematiikkaa saadaan itse kokea, pohdita ja oivaltaa, saavat matematiikan käsitteet ja käsitteiden väliset yhteydet vankan kokemuksen kautta ymmärtämiseen pohjautuvan perustan. Tällöin matematiikan käyttäminen tutuissa ja uusissa ympäristöissä on mahdollista. Myös oppimisvaikeusoppilaiden mielikuvat ehtivät rikastua ja oppilaat oppivat käyttämään oppimaansa ja luottamaan omiin kykyihinsä matematiikassa.

Yhteyksien rakentaminen kokemuksista ja niiden kielentäminen vaativat aikaa. Varhain ulkoa opetellut, sisältöä vaille jäävät nimitykset saattavat jopa estää ymmärtävää oppimista. Oppilas saattaa tällöin ”puhua matematiikkaa” sujuvasti, mutta ilman ymmärrystä. Vaarana on, että opettaja kuvittelee oppilaan silloin myös oppineen uuden asian. Usein oppilaiden ymmärtäminen näkyy ensin heidän toimintaväline-työskentelyssään.

Matematiikan käsitteiden ja termien systemaattinen ja täsmällinen käyttöön-otto saa siis vielä odottaa hetken. Tärkeämpää alkuvaiheessa on tiedonhankintataitojen, ilmaisukyvyyn ja ilmaisun halun kehittyminen.

Taitava opettaja osaa tarjota oppilailleen riittävästi mahdollisuuksia ja aikaa oman ajattelun kehittämiseen samalla kuitenkin vieden oppilaita kohti uusia haasteita.

## Luova ja innostunut opettaja

Menetelmä on opettajalle samanaikaisesti runsaan työn ja ilon lähde. Alkuvaiheessa menetelmään tutustuttaessa täytyy perehtyä menetelmän periaatteisiin ja toteutustapaan yksityiskohtaisesti. Aluksi

opetuksessa on hyvä tukeutua tiukastikin oppimateriaaleihin. Oman haasteensa tuo oppimateriaalin valikoiminen. Oppilaiden taitotason selvittäminen opetuksen suunnittelun pohjaksi on niin ikään haastavaa. Opettajaa työllistää materiaalin kerääminen ja valmistamaan, vaikka Matematiikkaa 1 -oppimateriaaliperheessä on paljon tätä työtä helpottavaa valmista materiaalia. Ammatillinen kasvaminen tarkoittaa myös oman työn jatkuvaa arviointia ja ehkä aikaisemmin käytettyjen työtapojen muuttamista.

Kokemuksen karttuessa valmiin oppimateriaalin merkitys vähenee ja opettaja itse keksii ja luo uutta sekä oppii hyödyntämään muiden oppiaineiden mahdollisuuksia ja koulun arjen monia tilanteita monipuolisesti matematiikankin näkökulmasta.

Ammatillinen kasvu voi joskus olla hidasta ja vaikeaa. Työn onnistumisen mittarit ovat lapset, heidän taitojensa ja kykyjensä kasvaminen. Opetuksessa tu-

lee todennäköisesti epäonnistumisen ja voimattomuuden hetkiä. Omat tavoitteet ovat ehkä aina vähän korkeammalla. Epäonnistumiseen johtaneet syyt on hyvä miettiä tarkasti ja pohtia, mitä kannattaisi seuraavalla kerralla tehdä toisin.

Onnistumiset – niitäkin sattuu ja niistä on syytä iloita! Nekin on hyvä kirjata ja miettiä, mikä johti onnistumiseen.

Tätä varten on hyödyllistä pitää opettajan päiväkirjaa, johon – vaikka vain lyhyestikin – merkitään tuntien sisällöt ja miten tekeminen on onnistunut. Merkin-  
töjä, lisäyksiä ja huomautuksia voi tehdä myös tähän Opettajan tienviittaan.

Ihanteellisessa tapauksessa menetelmää käyttävät opettajat voisivat tavata toisiaan silloin tällöin ja vaihtaa kokemuksiaan ja ideoitaan saaden ja antaen tukea joskus kovin yksinäiseltä tuntuvaan arkeen.

---

## Abstraktion tie

Abstraktion tie on metafora, jolla kuvataan sosiokonstruktivistisen oppimiskäsityksen mukaisen opettamisen ja opiskelun eri vaiheita konkreettisesta toiminnasta kohti abstraktia ajattelua ja ilmaisua. Ongelmanratkaisua ei opeteta irrallisena osana tai omana sisältökoko-  
naisuutena, vaan se on läsnä jokaisella oppitunnilla niissä tehtävissä, jotka eivät vielä ole muodostuneet oppilaille rutiini-  
tehtäviksi.

### Abstraktion tien neljä vaihetta ovat:

#### 1. Konkreetti fyysinen toiminta

Esimerkiksi leikki tai lapsen arjen tapahtuma aloittaa uuteen asiaan tutustumisen. Usein lapset itse ovat

tässä vaiheessa opittavan asian subjekteja ja objekteja. Esimerkiksi parillisuus ja parittomuus koetaan kouluarjessa lukuisia kertoja muodostamalla parijonoja tai tekemällä liikuntatunneilla jako kahteen yhtä suureen ryhmään. Opettaja voi hyödyntää kokemukset myös kielentämällä ja ”matematisoimalla” nämä tilanteet, jolloin oppilaiden tietoisuus matematiikan käyttökelpoisuudesta lisääntyy.

Tässä oppaassa on joitakin ideoita, miten matematiikkaa saadaan ”kaikkiin käännteisiin”. Luova opettaja osaa pian itsekkin hyödyntää vapaat tilanteet ja keksiä sopivia puuhia ja toimintoja.

Matematiikan tunneilla uusi asia aloi-

tetaan vielä korostetusti abstraktion tien ensimmäisellä vaiheella.

## 2. Toimintavälineillä työskentely

Edellisen vaiheen kokemukset mallinnetaan toimintamateriaaleilla, esimerkiksi lapset kokeilevat lukujen parillisuutta ja parittomuutta pienten esineiden avulla asettamalla niitä parijonoon tai jakamalla ne kahteen yhtä suureen osaan pulpettinsa päälle; tai etsimällä sellaisia värisauvoja, jotka voidaan korvata kahdella yhtä pitkällä värisauvalla.

Menetelmässä käytetään runsaasti monenlaisia toimintamateriaaleja saman asian konkretisoijana ja samoja välineitä eri sisältöalueiden konkretisoijana. Tällä pyritään mahdollistamaan, että oppilaissa kehittyä halu itse oivaltaa ja luoda yhteyksiä matematiikan eri sisältöalueiden välille.

Monipuolisella toimintavälineiden käytöllä halutaan myös antaa oppilaille mahdollisimman paljon loogis-matemaattisia kokemuksia, joiden avulla opetettava matematiikan sisältö saa runsaasti ajattelun aineksia. Oppilaan ei ole hyvä antaa kiintyä mihinkään välineeseen erityisesti. Konkreeteista toimintavälineistä luopuminen on abstraktion tien yksi päämäärä.

Toiminnoista syntyy lopulta muistinvaraisia mielikuvia, jotka voidaan palauttaa tarvittaessa mieleen. Matematiikan oppimisvaikeusoppilaat tarvitsevat erityistä tukea toimintavälineistä luopumiseen.

## 3. Kuvat

Tarkastellaan, tutkitaan, tunnistetaan ja tuotetaan kuvia sekä mallinnetaan edellisten vaiheiden kokemuksia kuviksi.

Kuvat voivat olla monimutkaisia, mutta matematiikan visuaalinen mallintaminen pyrkii lopulta asian tiiviiseen ja yksinkertaiseen esittämiseen. Runsaisiin yksityiskohtiin viehättyneitä ja taitavia piirtäjiä on ohjattava matematiikan kannalta olennaiseen pelkistettyyn ilmaisuun.

Toisaalta niitä oppilaita, jotka eivät pidä piirtämisestä tai joilla on hienomotorisia vaikeuksia, tulee ohjata piirtämisessä selkeään ja yksinkertaiseen ilmaisuun, jolloin huomio saadaan kohdennettua itse opittavaan matematiikan ilmiöön.

## 4. Mielikuvat

Lopuksi loogis-matemaattisista kokemuksista, toiminnasta ja kuvista, muodostuu muistinvaraisia rikkaita mielikuvia, jotka voidaan palauttaa mieleen ja jotka voidaan kielentää tavalliseksi puheeksi ja kirjoitetuksi kieleksi, visualisoida ja esittää täsmällisesti myös matematiikan symboleilla eli ”matematiikan kielellä”.

Abstraktion tiellä astellessa kokemuksista ja havainnoista keskustellaan, oppimistapahtuma kielennetään jokaisessa vaiheessa. Matematiikan kirjoitettu ja puhuttu kieli voidaan liittää jokaiseen abstraktion tien vaiheeseen.

Liikenne abstraktion tiellä on kaksisuuntaista: aluksi astellaan konkreetista kohti abstraktia, mutta myös toisin päin abstraktista konkreettiin. Lasta voidaan pyytää esimerkiksi näyttämään esineillä tai piirtämällä, onko joku luku parillinen vai pariton tai keksimään matematiikkatarinoita annetusta lausekkeesta tai kuvasta.

Liikkuminen on joustavaa ja opittavia asioita konkretisoidaan monella eri tavalla spiraaliperiaatteen mukaisesti palaten samoihin teemoihin useaan otteeseen. Näin oppilaille tarjotaan runsaasti mah-

dollisuuksia oman matematiikan rakentamiseen ja oivaltamiseen loogis-matematiikkaan kokemusten kautta. Spiraaliperiaate tarkoittaa Varga–Neményi-menetelmässä myös sitä, että tehtävät on valikoitu siten, että ne palvelevat useampaa matematiikan osa-alueita samanaikaisesti. Jotakin aihetta käsitellään syventäen ja laajentaen useita kertoja ilman taukoja eri matematiikan sisältöalueisiin liittyen.

Jokainen abstraktion tien vaihe sisältää koetun, tehdyn ja havaitun kielen-tämistä lapsen itsensä käyttämällä kielellä. Matematiikan kieli on kyllä esillä, mutta viisas opettaja viivyttää liian nopeaa täsmällisten matematiikan termien käyttämistä ja asioiden nimeämistä. (Katso myös Kielentäminen sivulla 8.)

## **Oppikirja osana abstraktion tietä**

Oppilaan kirja sisältää vain pienen osan abstraktion tiestä. Kokemukset hankitaan yhdessä todellisessa maailmassa. Koettu siirretään paperille kirjoitetuksi kieleksi ja kuviksi. Kirjan ja monisteiden kirjalliset tehtävät eivät voi korvata kokemuksia, opettajaa ja yhdessä työskentelyä. Oppikirjaa tarvitaan abstraktion tien osana.

Ensimmäisinä vuosina yhteinen työskentely, leikki ja keskustelu ovat tärkeämpiä kuin syvälinen, yksilöllinen työ. Jopa itsenäiseen tehtävien ratkaisuun suunnitellut oppilaan kirjan tehtävät ovat hyödyllisempiä, jos niihin liittyy kes-

kustelua tai puuhaamista, pareittain tai yhteisesti. Tehtävät on tarkoitettu kehittämisen ja oppimisen välineiksi. Työskentelyn laatu on tärkeämpää kuin oppikirjan pinnallinen ja mekaaninen täyttäminen.

Oppilaan kirjaan sisältyy paljon kuvia, vähän tekstiä ja lisäksi jonkin verran sellaisia tehtäviä, joita oppilaat voivat ratkaista konkreettisesti, suullisesti sekä itse kirjaan. Oppiminen aloitetaan yleensä aluksi konkreettista toiminnoista, tätä varten tässä oppaassa on runsaasti työskentelyehdotuksia. Tämän jälkeen seuraa hieman abstraktimpi piirretty, suullinen tai symboleilla esitetty vaihe.

Abstraktio vaatii useaan kertaan tapahtuvaa konkretisointia. Oppilaan täytyy palata konkreettisiin asioihin yhä uudelleen ja uudelleen, kunnes käsite ja mielikuva siitä on saanut oppilaan mielessä rikkaan ja toimivan sisällön. Tämän vaatima aika vaihtelee paljon. Joskus oppiminen etenee nopeasti ja vaivatta, mutta opettajan on tärkeää huomata myös ne opetustilanteet, jolloin kiirehtimisestä on haittaa. Ammattitaidon kehityksessä ja kokemuksen lisääntyessä opettaja huomaa oppilaistaan, milloin on enää tarpeetonta toistaa. Vaaditaan rohkeutta käyttää aikaa oppimiseen, jos se näyttää vaativan kolme tai neljäkin kertaa pitemmän ajan kuin olisi toivonut tai suunnitellut.

Luotetaan itseemme opettajina ja luotetaan myös oppilaisiin.

---

## **Erilaisia oppitunteja**

### **Kokemusten hankkiminen lähtökohtana**

Kokemuksia varten valmistetaan ennakoon sopivat havainto- ja toimintamateri-

aalit ja järjestetään luokka siten, että siirtymät harjoitteesta toiseen sujuvat nopeasti. Näin ehditään yhden opetus-tuokion aikana hankkia mahdollisimman

## 6. ja 7. viikko

### LUKUJEN ERI ILMENEMISMUODOT

- § Lukujen hajotelmia toiminnalla ja piirtämällä
- § Lukujen hajotelmien etsiminen kuvista
- § Pituuksien mittaaminen ei-standardisoiduilla yksiköillä
- § Mittaluvun ja mittayksikön suhde
- § "Värisauvamattojen lukeminen" väreinä ja lukuina
- § Yksinkertaisia sääntöpelejä
- § Pylväsdiagrammien tekeminen ja tulkitseminen
- § +, 1, 2, 3, 4 kirjoittaminen

### HAVAINNOLLISTAMISVÄLINEET

- § Oppilasryhmän ominaisuuksien symbolikortteja
- § Isot autokortit ja/tai muita loogisia kokoelmia
- § Palikkatorni -kuva-arkit
- § Värisauvojen tauluversiot
- § 2 yhtä suurta kannua
- § 1 edellistä suurempi kannu
- § Esimerkiksi 18 pientä ja 7 suurta mukia
- § Vettä
- § Keltaista ja punaista mehua
- § Tasapainovaaka ja esineitä sekä ei-standardisoituja punnuksia
- § Kone -kuva-arkki
- § Loogiset palat

### OPPILAAN TOIMINTAMATERIAALIT

- § Autokortit ja/tai muu looginen kokoelma
- § Purkin kansia tai ympyräsabluuna
- § Toisiinsa kiinnittyviä rakennsupalikoita, esimerkiksi legoja, multilinkkejä tai unifixejä
- § Värisauvat
- § Paperiliittimiä, pillejä ja siimaa tai vastaavaa, joista voi askarrella "mittanauhoja"
- § Laskukonenauhaa tai vaaleanpunaisia noin 50 cm:n mittaisia paperiliuskoja
- § Hiekkapaperinumeroita
- § Lautasia ja hiekkaa
- § Muovailuvahaa

## Lukujen hajotelmia

Lukujen esittäminen summamuodossa opitaan luontevasti konkreettisten luokittelujen kautta.

## Toiminta

Leikitään **Portinvartija-leikkiä**, jonka ohje on sivulla 37.

Tai pyydetään muutamia oppilaita luokan eteen siten, että opettaja antaa eteen tuleville oppilaalle jonkin ominaisuuskortin, jonka mukaan hänen täytyy löytää oma ryhmänsä. Ryhmittelyperuste voi olla esimerkiksi sukupuoli (tyttö tai poika), paidan väri (punainen, sininen, vihreä tai muu), paidan värien lukumäärä (yksivärinen, monivärinen), silmälasit (on tai ei), hiusten pituus tai väri ja niin edelleen. Samat oppilaat saavat uuden ryhmittelyperusteen ja vaihtavat mahdollisesti ryhmää. Muut yrittävät arvata, minkä ominaisuuksien perusteella ryhmät on muodostettu. (Katso myös Leikkejä ja toimintaa erilaisilla välineillä sivulla 28.)

Kirjoitetaan oppilaiden määrä luokittelun perusteella 16. tehtävän tapaan.

**16. tehtävä:** Oppilaat voivat aluksi kertoa kuvasta vapaasti. Sen jälkeen heidän huomionsa kiinnitetään erilaisiin tapoihin luokitella kuvassa olevia lapsia.

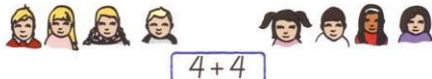
Oppilaat voivat laskea kuvan lasten lukumäärän eri tavoin: 4 vaaleahiuksista, 4 tummaa, 5 tyttöä ja 3 poikaa; 3 lasta rakentelee, 2 mittaa kirjahyllyä ja 3 juo mehua. +:n voi tulkita tarkoittavan konkreettisesti "ja".

Ei ole vielä tarpeen puhua yhteenlaskusta eikä muistuttaa, että summa on 8. Sen sijaan on korostettava, että koko ajan puhutaan samoista lapsista, samasta lukumäärästä. Samalla luvulla on "monta nimeä".

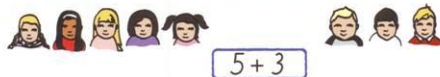
16. Kuinka monta lasta on kirjastossa?



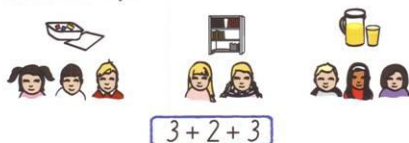
Kuinka monta vaalea-tukkais-ta ja tumma-tukkais-ta?



Kuinka monta tyttö-ä ja kuinka monta poikaa?



Kuinka moni rakentelee?  
Kuinka moni mittaa kirjahylly-ä?  
Kuinka moni juo mehua?



**Toimintamateriaalit**, esimerkiksi auto-  
 kortit tai joku muu looginen kokoelma

Otetaan esiin umpimähkään muutama autokortti. Sanotaan autojen määrä eri tavoin värin, autotyypin ja ajosuunnan mukaan: *"Kuinka monta punaista, keltaista, ...; kuinka monta henkilöautoa, urheiluautoa, ...; kuinka moni ajaa oikealle, kuinka moni vasemmalle."*

Yksi oppilas sanoo summamuodossa, kuinka monta korttia hänellä on, ja toiset koettavat ottaa esiin vastaavanlaisen korttikokoelman. (Esimerkiksi 3+2+2 voi merkitä kolmea keltaista, kahta punaista ja kahta vihreää autoa tai kolmea kuorma-, kolmea henkilö- ja kolmea urheiluautoa.) Oppilaat voivat leikkiä lisää esimerkiksi lapsikorteilla, loogisilla paloilla, salaisuus pussin tavaroilla ja toisillaan.

**Harjoitellaan +:n kirjoittamista.**

17. Piirrä kuvan mukaan täpliä ja vertaile.

18. Väri-tä li-sät-ty ku-vi-o.

19. Jat-ka.

+	+	+	+	+	+	+	+
+	+	+	+	+	+	+	+

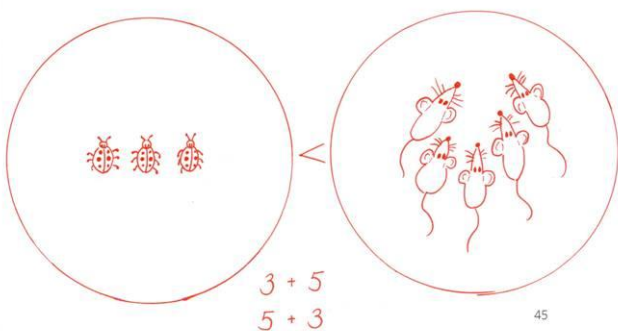
44

20. Kuin-ka mon-ta e-läin-tä on ku-vas-sa?  
Sa-no se e-ri ta-voin.

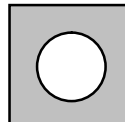


21. Piir-rä 2 ym-py-rää.  
Piir-rä en-sim-mäi-seen niis-tä 3 e-läin-tä,  
toi-seen 5 e-läin-tä.

Ver-tai-le. Merkitse < tai >.  
Las-ke e-ri ta-voin, kuin-ka mon-ta e-läin-tä piir-sit.



**21. tehtävä:** Piirtämisessä voidaan käyttää apuna esimerkiksi purkin kantta. Hienomotorisesti helpompi vaihtoehto on käyttää ympyräsaluunaa:



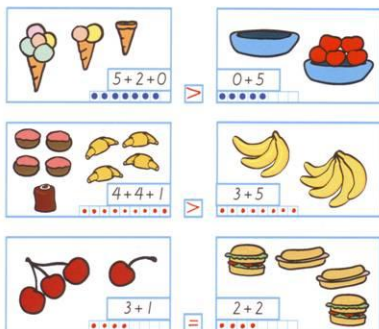
## Numeroiden harjoittelua

Numeromerkkien kirjoittamista voidaan harjoitella jo esiopetuksessa. Numeromerkkien kirjoittamista harjoitellaan aluksi piirtämällä niitä suurin liikkein ilmaan, taululle märällä siveltimellä, sormella lautaselle, johon on kaadettu ohut kerros hiekkaa ja/tai piirustuspaperille liituväreillä.

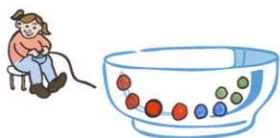
Numeroita voidaan harjoitella myös tunnustelemalla hiekkapaperinnumeroita tai muovilla niitä muoviluvahasta, joka voidaan "kiinnittää" alustalle. Muoviluvahan käyttäminen voi auttaa erityisesti niitä oppilaita, joilla on heikko hienomotoriikka tai visuaalisen hahmottamisen vaikeuksia, oppilas tekee numerot helposti peilikuvina. Hiekkapaperi- tai muoviluvahanumeroita voidaan tunnustella myös silmät kiinni.

Tämän oppaan liitteissä on myös monistettavia symboli- ja numeroharjoituksia.

22. Mer-kit-se täp-lät. Ver-tai-le. Li-sää <, > tai =.



23. Juu-li-a te-kee hel-mi-nau-haa. As-ti-as-sa on  
4 pu-nais-ta, 2 si-nis-tä ja 3 vih-re-ää hel-me-ä.  
Piir-rä hel-met as-ti-aan. Las-ke, kuin-ka mon-ta  
nii-tä on yh-teen-sä.



24. Jat-ka.

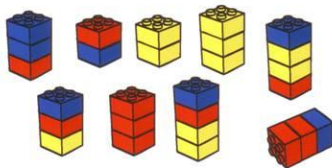




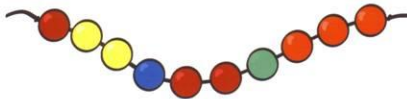
30. Sa-no e-ri ta-voin, kuin-ka mon-ta le-lu-a nä-et.



31. Sa-no e-ri ta-voin, kuin-ka mon-ta tor-ni-a on ku-vas-sa.



32. Sa-no e-ri ta-voin, kuin-ka mon-ta hel-me-ä on nau-has-sa.



49

**30. tehtävä:** Jaon perusteena voi olla lelun laji, väri tai koko.

Voidaan myös laskea, että leluja on yhteensä 11, vaikka oppilaiden ei tarvitse osata sitä vielä kirjoittaa.

**31. tehtävä:** Jos oppilaat saavat todella rakentaa tällaiset tornit, he pystyvät helpommin ryhmittelemään niitä ominaisuuksien perusteella. Erotteluperusteena voi olla palikoiden määrä; tornin asento; se, onko mukana punaisia palikoita; yksivärisyys tai monivärisyys; värien järjestys tornissa ja niin edelleen. Isoissa kuva-arkkeissa on vastaavat kuvat. Tällöin tehtävän tarkastelu yhdessä ja luokittelujen tekeminen konkreetisti onnistuu helpommin.

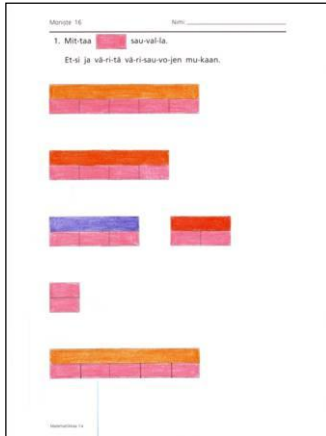
33. Piir-rä ku-va, jos-ta voi las-ke-a näin:

$3 + 1 + 1$	$2 + 2 + 2$
$4 + 3$	$2 + 3 + 4$
$1 + 2 + 4 + 0$	$4 + 2 + 1$

50

**33. tehtävä:** Kuljetaan abstraktion tietä myös takaperin.

## Värisauvatehtäviä

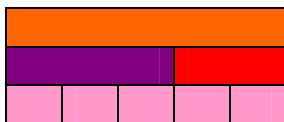


Aloitetaan värisauvoilla työskentely yhdessä **monisteen 16** avulla ja jatketaan sitten oppikirjan mukaan "kutomaan viitosmattoa".

Jätetään värisauvat monisteen päälle siksi aikaa, kun katsotaan, minkälaisista värisauvoista voi koota oranssin värisauvan pituuden. On taas oltava huolellinen siinä, että puhutaan juuri siitä konkreettisesta suureesta, mitä nyt käsitellään: värisauvojen pituuksista. Tämä on eri asia kuin lukumäärät, vaikka molempien kautta opetellaankin lukujen yhtäsuuruutta.

*"Etsi sellainen värisauva, joka on neljän vaaleanpunaisen värisauvan mittainen. Mikä värisauva on kolmen vaaleanpunaisen mittainen? Mikä kahden? Ja mikä on yhden mittainen?"*

*Rakenna viiden vaaleanpunaisen mittaisen värisauvan pituus kahdesta lyhyemmästä värisauvasta. Sano värien mukaan, mitä näet. Esimerkiksi:*



*Oranssi värisauva on yhtä pitkä kuin kirkkaanpunainen ja violetti värisauva yhteensä. Oranssi värisauva on yhtä pitkä kuin kolme ja kaksi vaaleanpunaista värisauvaa."*

**34. tehtävä:** Oppilaat eivät välttämättä tiedä vielä kirjoitetuista luvuista (3+1 ja

2+2), että ne ovat yhtäsuuret, mutta he voivat nähdä, että ympyröihin tulee yhtä monta asiaa. Ei pidä lyhentää liikaa kokemusten keräämisen aikaa. Kuvia piirtäessä heissä vahvistuu luottamus siihen, että he voivat itse tarkistaa oppimiansa asioiden todenperäisyyden.

## Viitosmaton kutominen

Käytetään yksikkönä ensin vaaleanpunaista värisauvaa. Sitten vaihdetaan yksiköksi valkoinen kuutio. Kudotaan uusi matto. Tällöin oppilaat tosin oppivat hitaammin, mikä väri vastaa montakin valkoisen kuution mittaa, mutta lukukäsitteen perusta muodostuu yleispätevämmäksi ja varmemmaksi.

**35. tehtävä:** Oppilaat saavat jättää värisauvat kirjan päälle tehdessään tehtävää. Nämä ovat "matossa" esiintyvät värit. Kuviosta katsomisessa on perustana yhtä pitkän käsite, ja sen avulla nähdään luvun 5 erilaisia summamuotoja. Kuviota luetaan sekä väreinä että lukuina.

34. Piir-rä 2 ym-py-rää.  
Piir-rä toi-seen ym-py-rään lu-ku 3+1.  
Piir-rä toi-seen lu-ku 2+2.  
Ver-tai-le. Mer-kit-se <, > tai =.

35. Mit-taa val-koi-sel-la kuu-ti-ol-la kel-tai-nen, kirk-kaan-pu-nai-nen, vaa-le-an-si-ni-nen, vaa-le-an-pu-nai-nen ja val-koi-nen vä-ri-sau-va.

Vä-ri-tä:

1	2	3
4	5	

Tee kel-tai-sen sau-van le-vyi-nen "mat-to".  
Pa-ne sa-man-lai-set vä-ri-sau-vat ku-van pääl-le.

Sa-no vä-reil-lä ja lu-vuil-la, mi-tä nä-et.

51

**Kotitehtäväksi** voi antaa **35. tehtävän** kuvan lukemisen harjoittelun uudelleen. Maton raitoja ei tarvitse tässä vaiheessa rajoittaa kahdesta värisauvasta ”kudotuksi”.

### Mittaaminen mittanauhoilla

Mittanauhan käyttöä voi aluksi harjoitella tekemällä paperiliittimistä, mehupilleistä, muovihelmistä tai muista vastaavista ”mittanauhoja”. Niillä voi mitata monenlaisia asioita. Kannattaa valita sellaisia mitattavia pituuksia, joita olisi hankala mitata panemalla esineitä päällekkäin tai vierekkäin, esimerkiksi kaapin korkeus mehupilleillä, pulpetin leveys paperiliittimillä.

### Vaaleanpunainen mittanauha

Tarvitaan noin puolen metrin mittainen paperinauha ja vaaleanpunaisia värisauvoja. (Mittanauha on myöhemmin helpointa tunnistaa, jos se tehdään vaaleanpunaisesta paperista tai jos merkinnät tehdään vaaleanpunaisella värillä esimerkiksi laskukonenauhalle.)

Myöhemmin oppilaat voivat lisätä nauhaan myös luvut.

*”Tehdään mittanauha. Mittaa yhden vaaleanpunaisen sauvan pituus paperinauhan päästä ja tee siihen kohtaan merkki.*

*Mittaa vielä ja merkitse kahden, kolmen, neljän (ja niin edelleen) vaaleanpunaisen värisauvan pituus.*

*Mittaa oppikirjasi leveys vaaleanpunaisilla sauvoilla.*

*Kuinka monta sauvaa mahtuu kirjan reunan päälle peräkkäin?”*

Mitataan mittanauhalla ja merkitään joka mittauksen tulos vihkoon/paperille merkitsemällä vaaleanpunaisen värisauvojen määrä joko numeroilla tai täplillä taitojen mukaan.

*”Mittaa toisen kirjan leveys tekemälläsi mittanauhalla.*

*Piirrä siitä kuva vihkoosi ja merkitse vaaleanpunaisen sauvojen määrä.”*

Mittayksiköstä riippumatta oppilaat havaitsevat, että mitä enemmän samoja yksiköitä, sitä suurempi mitattava asia on.

### Mittaaminen vaaleansinisillä värisauvoilla

Tutkitaan vaaleanpunaisen värisauvaimittauksen tapaan muita värisauvoja vaaleansinisellä värisauvoilla.

*”Mitkä värisauvat voit koota vaaleansinisistä värisauvoista?”*

*Kuinka monta vaaleansinisistä tarvitsit oranssia värisauvaa varten? Käydään läpi löytyneet värisauvat yksitellen värien mukaan. Tehdään paperille/vihkoon vastaavat merkinnät.*

*Tee näistä värisauvoista vihreän levyinen ”matto”. Mitä näet siitä? Käydään läpi maton raidat yksitellen. Kerrotaan, mistä väreistä raita on kudottu ja sanotaan sama vielä lukujen summuotonaakin.*

Oppilaat voivat myös piirtää vihkoon kuvan ”matosta” ja kirjoittaa vastaavat summamuodot.

### Mittaluvun ja mittayksikön suhde

**Toiminta:** *”Katin äiti talutti hänet tänä aamuna kouluun. Kumpi mahtoi astua enemmän askelia?”* Kokeillaan tätä itse luokassa.

**Toimintamateriaalit:** Mitataan esimerkiksi jonkin esineen pituus leveys vaaleanpunaisilla ja vaaleansinisillä värisauvoilla. Kumpia värisauvoja tarvitaan enemmän?

*”Samaan pituuteen eli yhtä pitkään mahtuu suurempi lukumäärä pieniä yksiköitä ja pienempi määrä suuria yksiköitä.”*

**Oppilaan väärää ajattelua ei pidä lähteä korjaamaan selityksin, vaan tarvitaan omakohtaista kokemusta ylläsanotusta. Kokeillaan siis monta kertaa, annetaan oppilaan miettiä ja kertoa asia omin sanoin.**

## Vetoisuus

Kokemusten hankkimisen tulee liittyä ongelmien ratkaisemiseen. Kokeillaan luokassa myös vetoisuuden mittaluvun ja yksikön suhdetta. Tilavuuden säilyvyysominaisuus kehittyy yleensä lapsilla lukumäärän säilyvyyttä myöhemmin. Lapset saattavat vielä pitkään ajatella, että siinä, missä pinta on korkeammalla, on enemmän. Tilavuudella ei vielä tunnu olevan lasten mielissä mitään häviämättömyyttä, vaan ajatukset ja perustelut saattavat kuulostaa aikuisesta välillä hassuiltakin.

Annetaan oppilaille mahdollisuus ennustaa, mitä tulee tapahtumaan sekä omakohtainen kokemus siitä, mitä todella tapahtui. Mikäli käytetään mehua, annetaan oppilaiden lopuksi juoda mehu lasista ja pyydetään heitä laskemaan, kuinka monella kulauksella he joivat lasinsa tyhjiksi. Keskustellaan, miksi saatiin erilaisia kulausmääriä.

Tarvitaan 2 yhtä suurta kannua ja 1 edellistä suurempi kannu, vettä, keltaista ja punaista mehua, esimerkiksi 18 pientä lasia ja 7 suurta lasia.

Päätettäessä, kumpi astioista on suurempi oppilaat saavat itse mitata erikokoisia astioita samalla mitalla ja itse nähdä, että suurempaa astiaa varten tarvitaan enemmän, mittaluku on siis suurempi. Astioiden vetoisuuksien vertailu voidaan tehdä kaatamalla vettä astiasta toiseen. Tutkitaan aluksi kannujen suuruutta kaatamalla vettä kannusta toiseen. Jos vettä tulee yli, kannu, johon kaadetaan, on pienempi ja kannu, josta kaadetaan, on suurempi. Jos kannu jää vajaaksi, on asia tietysti toisin päin.

1. Kaadetaan vettä/mehua kannusta lasiin. *"Lisääntyikö vai vähenikö vesi/mehu?"*
2. Tehdään "keltaista" ja "punaista" mehua kahteen yhtäsuureen kannuun.

Kaadetaan keltaista mehua pieniin lasiin ja punaista mehua suuriin lasiin. *"Kumpia lasia tarvitaan enemmän? Miksi?"*

3. Kaadetaan pienestä ja suuresta kannusta yhtäsuuriin lasiin.

Kaadetaan molemmista kannuista kaikki mehu keskenään yhtä suuriin mukeihin.

*"Kummasta kannusta saadaan enemmän mukeja täyteen?"* Ennustetaan ja kokeillaan.

4. Kaadetaan ensin kannusta pieniin lasiin vettä. Täytetään kannu uudelleen ja kaadetaan vettä suurempiin mukeihin. *"Tästä kannusta riitti näin moneen lasiin mehua. Saisiko samasta kannusta täytetyksi enemmän vai vähemmän tällaisia isoja lasia?"* Suurempia lasia täyttyy pienempi lukumäärä. Tämäkin on opittava todella kokeilemalla.

## Massa

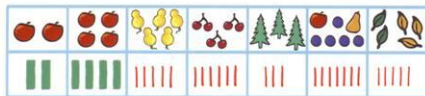
Samanlaista kokeilua voidaan tehdä myös punnitsemisen yhteydessä. Oppilaat saavat havaita, että painavampien tavaroiden tasapainottamiseen tarvitaan enemmän samankokoisia punnuksia ja päinvastoin. Toisaalta saman esineen tasapainottamiseen riittää pienempi määrä suurempia punnuksia.

Punnuksina voidaan käyttää rakensupalikoita, kolikoita, käpyjä, pähkinöitä ja niin edelleen.

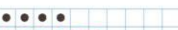
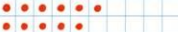
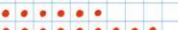


36.

A-nu piir-si:  Noo-ra vas-ta-si:   
 A-nu piir-si:  Noo-ra vas-ta-si: 

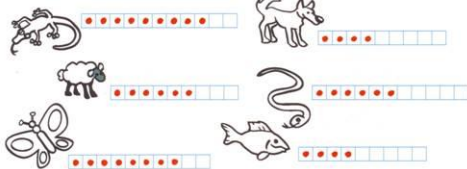
Mitä Noo-ra vas-ta-si?  
 Piir-rä.



37. Jaa-na kir-joit-ti pa-pe-ri-le sa-no-ja.  
 Jyr-ki pa-ni sa-no-jen vie-reen kiek-ko-ja.  
 Mie-ti, mi-ten hän te-ki sen. Piir-rä kie-kot.

kori   
 kiekko   
 torvi   
 harava   
 lentokone 

\* 38. Mer-kit-se täp-lil-lä, kuin-ka mon-ta kir-jain-ta tar-vi-taan.



52

**37. ja 38. tehtävä:** Sanojen kirjainten määrä merkitään täplillä.

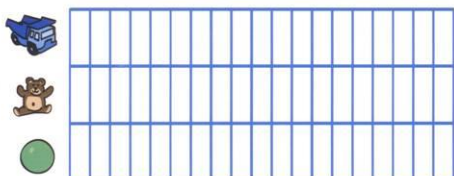
**38. tehtävä:** Eläimet saatetaan nimetä useallakin eri tavalla, jolloin täplien määrä vaihtelee.

39. Ka-ti piir-si le-luis-taan ku-van:

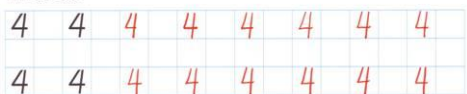


Kuin-ka mon-ta hä-nel-lä on ku-ta-kin le-lu-a?

40. Kuin-ka mon-ta leik-ki-au-to-a si-nul-la on?  
 Kuin-ka mon-ta nal-le-a? Kuin-ka mon-ta pal-lo-a?  
 Mer-kit-se täp-lil-lä.



41. Jat-ka.



53

**42. tehtävä:** Matematiikkaa 1 a oppilaan kirjan takakannen ruudukkoa ja loogisia paloja voi käyttää "konetehtävien" ratkaisemiseen asettamalla konkreettisesti oikeat palat sopiviin ruutuihin.

Pahvilaatikosta voi rakentaa luokassa käytettävän koneen, jolla opettaja esittää koneen toimintaa. Kun koneeseen on syötetty halutut palat, voidaan kääntää kampea tai painaa nappia, jotta kone antaisi vastauksen. Lapset saavat nähdä, että jokaisella napin painalluksella kone muuttaa syötettä aina saman säännön mukaan.

Kone valitsee syötettyjen palojen joukosta reiälliset.

**45. tehtävä:** Jutta valitsee Katin palojen joukosta pyöreät. Jutta vastaa viimeiseen kysymykseen oikein, kun hän ei vastaa mitään – palojen joukossahan ei ole yhtään pyöreää.

Muunkinlaisia sääntöjä voi keksiä: esimerkiksi Jutta ottaa aina 3 palaa pois. Tässä tapauksessa rivin 4 kysymykseen ei voi kylläkään vastata. Tällaisen säännön keksinyt ei välttämättä huomaa lukumäärien keskinäistä riippuvuutta.

**46. tehtävä:** Sirpan sauva on vaaleansinisen sauvan verran pitempi kuin Lassen. Joka sauvaparille tämä yhteys on sama. Myöhemmin tällaisilla harjoituksilla opetellaan funktion käsitettä.

Oppilaat voivat myös itse keksiä vastaavia leikkejä ja leikkiä niitä pareittain.

42. Syö-tin ko-nee-seen pus-sil-li-sen loo-gi-si-a pa-lo-ja.  
Ko-nee-sta tu-li joi-ta-kin pa-lo-ja u-los.  
Mit-en ko-ne toi-mii? Ko-kei-le ja piir-rä.

43. Ko-ne syö yh-den ja pääs-tää lo-put lä-pi. Piir-rä.

44. Ko-ne pääs-tää lä-pi kor-tin, jos-sa on vä-hem-män.  
Täy-den-nä ku-va.

54

45. Mi-tä Ka-ti ky-syy ja Jut-ta vas-taa?

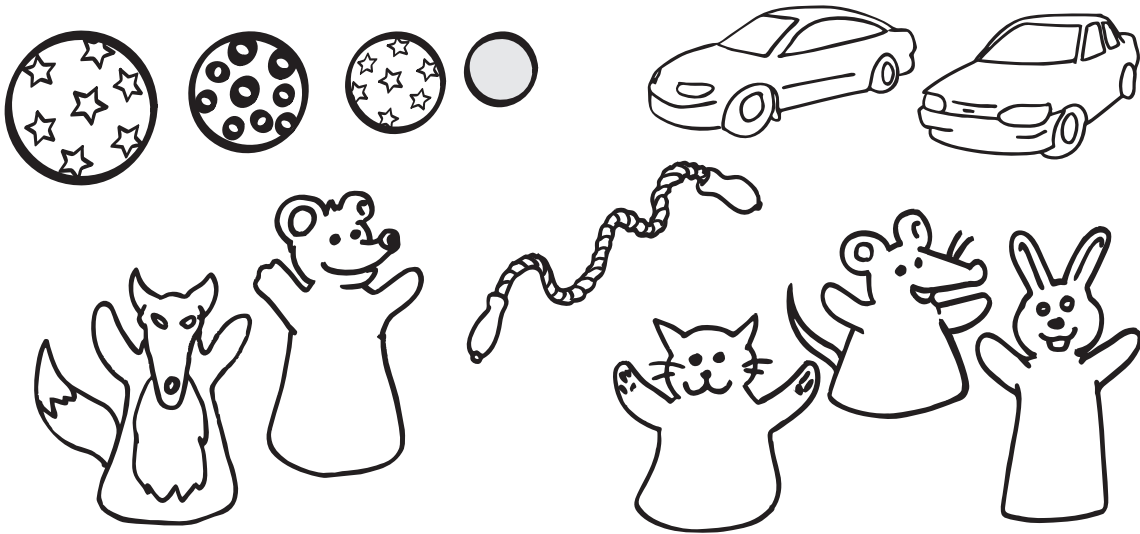
Ka-tin ky-sy-mys:	Ju-tan vas-ta-us:

\* 46. Las-se ja Sir-pa leik-ki-vät vä-ri-sau-voil-la.  
Las-se pa-nee pöy-däl-le sau-van. Sir-pa pa-nee sen al-le toi-sen:

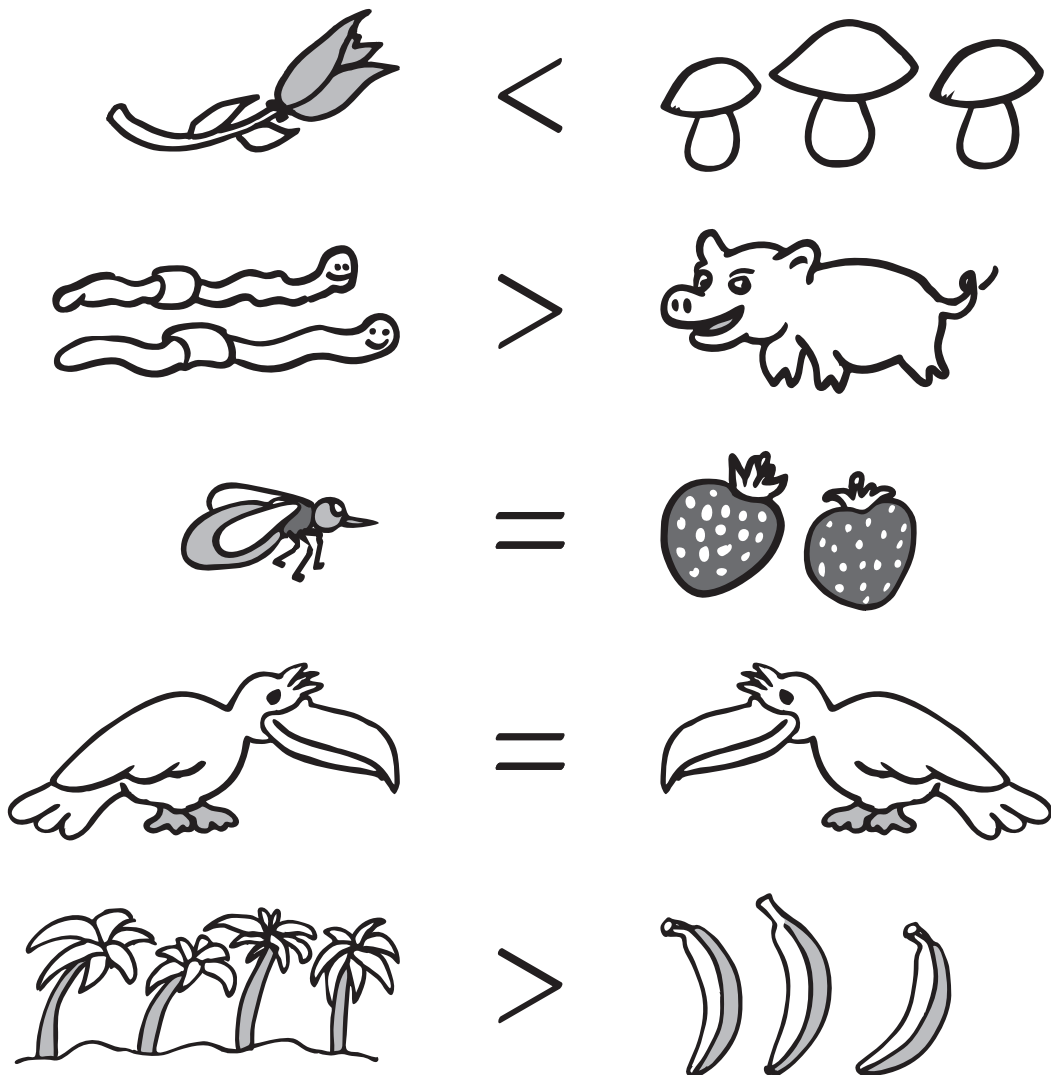
Mi-ten Sir-pa va-lit-see vä-ri-sau-van-sa? Ko-kei-le.

55

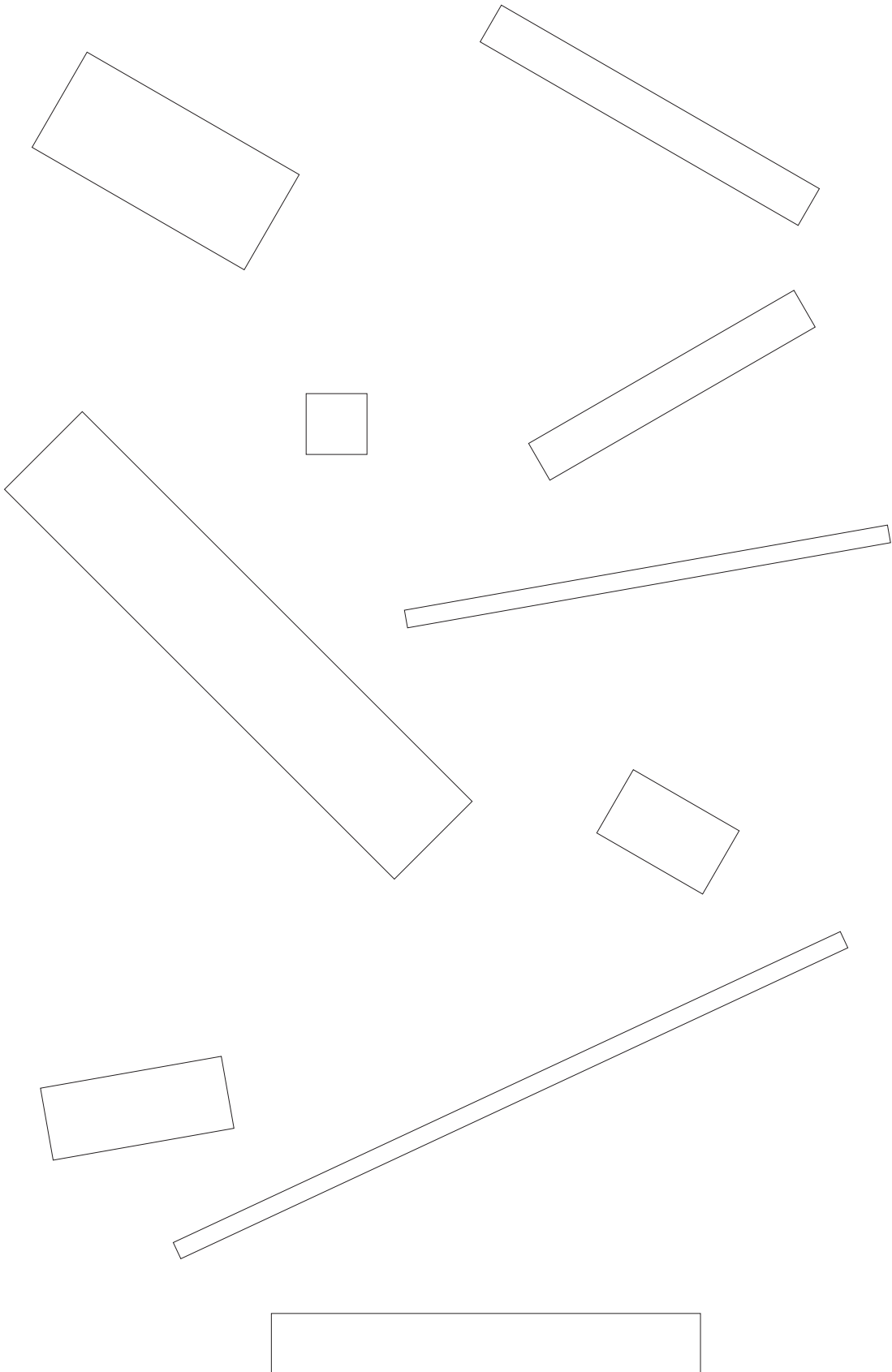
1. Mi-tä muu-te-taan, jot-ta kaik-ke-a on 3?



2. On-ko merk-ki oi-kein?



1. Mi-kä vä-ri-sau-va on yh-tä pit-kä kuin ku-vas-sa?  
Vä-ri-tä ku-van sau-va sa-man-vä-ri-sek-si lö-y-tä-mä-si  
sau-van kans-sa.



1. Las-ke ja mer-kit-se lu-ku-mää-rät.

2. Ym-py-röi si-ni-sel-lä e-si-neet, joi-ta on 5.  
 Ym-py-röi pu-nai-sel-la e-si-neet, joi-ta on e-nem-män kuin 5. Ym-py-röi vih-re-äl-lä e-si-neet, joi-ta on vä-hem-män kuin 5.

Kuin-ka mon-ta kuor-ma-au-to-a on ku-vas-sa?

3. Mi-tä ku-va ker-too?
